

Pareto 多目标算法在离心压缩机蜗壳 优化中的应用

吴亚东¹, 曹安国², 刘鹏寅², 杜朝辉²

(1. 上海交通大学 航空航天学院, 上海 200240;

2. 上海交通大学 机械与动力工程学院, 上海 200240)

摘 要: 基于 Pareto 多目标算法构建了一套针对离心压缩机蜗壳的气动优化系统, 该系统集成了参数化建模、ICEM 网格划分、CFX 计算和 CFD 组合优化技术. 利用该系统以总压损失系数和静压恢复系数为目标变量针对椭圆截面离心压缩机蜗壳进行气动优化设计. 优化后的模型与初始模型相比总压损失系数降低 11.79%, 静压恢复系数升高 16.97%, 蜗壳内部二次流减少, 蜗壳与叶轮更加匹配, 表明该方法能够有效地提高离心压缩机的整体性能.

关 键 词: Pareto 多目标算法; 离心压缩机; 蜗壳; 总压损失; 气动优化

中图分类号: V231.3

文献标志码: A

Application of Pareto multi-objective algorithm in centrifugal compressor volute optimization

WU Ya-dong¹, CAO An-guo², LIU Peng-yin², DU Zhao-hui²

(1. School of Aeronautics and Astronautics,

Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China;

2. School of Mechanical Engineering,

Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: A centrifugal compressor aerodynamic optimization system based on Pareto multi-objective algorithm was established. The system integrated the parameterized geometric model, ICEM (integrated computer engineering and manufacturing) mesh generation, CFX (computational fluid dynamics X) computation and CFD combined optimization technique. Using this system, the optimization was implemented for a centrifugal compressor volute, and the total pressure loss coefficient and static pressure recovery coefficient were chosen as target variables. Compared with prototype design, the average total pressure loss coefficient of optimal design decreased by 11.79% and the average static pressure recovery coefficient increased by 16.97%. Meanwhile, the secondary flow inside the volute was reduced to a certain degree, and the volute matched better with the impeller. The results show that the multi-objective optimization system is effective to the performance of the centrifugal compressor.

Key words: Pareto multi-objective algorithm; centrifugal compressor; volute; total pressure loss; aerodynamic optimization

蜗壳是离心压缩机^[1]的重要部件,其主要作用是把扩压器或叶轮后的气体输送到排气管道。蜗壳具有一定的扩压作用,气体流经蜗壳速度降低,压力升高。蜗壳的特定结构决定它的流动损失较大,特别是在非设计工况下,蜗壳损失可直接导致离心压缩机效率降低,稳定工作范围变窄^[2-4],因此通过蜗壳的优化设计来提高离心压缩机的性能有着重要意义。Van den Braembussche 等^[5]利用叶片和扩压器响应模型来预测蜗壳进口来流的非均匀性,证实了该模型的可靠性。Kim 等^[6]通过调整蜗壳进口高度来研究新型模型的能量损失,并与实验数据作对比,找出了蜗壳的最佳进口高度。Qiang 等^[7]研究了蜗壳 5 种不同几何参数对全局性能的影响。祁大同^[8]介绍并完善了一种蜗壳型线二维逆命题设计方法,设计出不同的蜗壳型线。但国内外的许多这类文献以单个目标参数为衡量指标或者分别对几个目标参数独立地进行研究,不能全面地描述整体性能,忽略了目标参数之间的相互联系,为此需要一种能全面描述目标整体性能的多目标优化方法。

实际工程问题中,经常同时存在多个彼此联系甚至彼此矛盾的优化目标,通常不可能存在一个解使得所有的目标参数均达到最优,如何全面的考察这些目标一直是学术界关注的重点。一般最简单也最基本的解决方法是线性加权和法,即根据各个目标参数的重要程度分别赋予它们不同的权系数,将其相加得到的和作为评价函数。除此之外经常使用的还有极大极小法、理想点法等,而理想的多目标优化希望能够获得足够多的解提供给决策者,并且这些解应该比较均匀地分布在 Pareto 前沿上。近年来针对二层或多层多目标规划问题,一些学者对其进行深入研究。朱学军等^[9]提出了一种用 Pareto 遗传算法来实施的带约束的多目标混合变量优化方法,得到 Pareto 最优解集,建立了用于多目标优化的适应度函数。张连文等^[10]给出了带不等式约束多目标优化局部 Pareto 最优解与多目标函数线性加权组合而形成的单目标优化问题局部极值点的关系,并以此给出了多目标优化的求解方法。

本文利用 Pareto 多目标优化理论,基于 Kriging 代理模型^[11]在 Matlab 平台上开发了相应的多目标优化算法应用程序,结合 UG (unigraphics) 和 ANSYS 构建了一套离心椭圆截面蜗壳的气动优化设计系统。基于该优化系统,针对某特定流量情况以总压损失系数和静压恢复系数为

目标参数对某飞机辅助动力装置离心压缩机的蜗壳系统模型进行了气动优化设计,并对优化后的模型在设计工况下进行整体全流道的对比分析计算。计算结果表明,优化后的蜗壳模型总压损失系数减小,静压恢复系数增大,蜗壳内部二次流减少,蜗壳进口流动更加均匀,整体离心压缩机性能得到了改善。

1 Pareto 优化算法

1.1 Pareto 最优解与 Pareto 最优边界

多目标优化中的最优解称为 Pareto 最优解,给定一个多目标优化问题 $f(X)$, 其 Pareto 最优解定义为

$$f(X^*) = \mathop{\text{opt}}_{X \in \Omega} f(X) \tag{1}$$

其中 $f: \Omega \rightarrow R^r$ 。这里 Ω 为决策空间, 向量函数 $f(X)$ 将 $\Omega \subseteq R^n$ 映射到集合 $\Pi \subseteq R^r$, Π 是目标空间。一般符合 Pareto 最优解条件的元素可能大于一个, 是一个最优解集 $\{X^*\}$ 。一个进化群体的当前最优解为非支配解, 所有非支配解的集合为当前进化群体的非支配集, 支配集不断逼近真正的最优集, 即使 $S_{nd} \subseteq \{X^*\}$, S_{nd} 为算法运行结束所求得的非支配集。

一个多目标优化问题的 Pareto 最优解集在其目标函数空间中的表现形式就是它的 Pareto 最优边界, 记为 P_f^* , 定义如下: 给定一个多目标优化问题 $\min f(X)$ 和它的最优解集 $\{X^*\}$, 它的 Pareto 最优边界为

$$P_f^* = \{f(X) = f_1(X), \dots, f_r(X)\} \tag{2}$$

Pareto 最优解集 $\{X^*\}$ 是决策向量空间的一个子集, 即 $P_f^* \subseteq \Omega \subseteq R^n$; 而 Pareto 最优边界则是目标函数的一个子集, 即 $P_f^* \subseteq \Pi \subseteq R^r$ 。如图 1 所示, 最优边界上的点 A, B, C, D, E, F, G 是 Pareto 最优解, 它们属于目标空间。

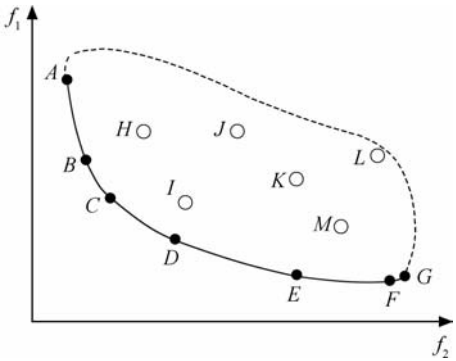


图 1 两个目标的最优边界

Fig. 1 Optimal front of two objectives

图 1 中实线段表示两层优化目标的 Pareto 最优边界,而三层优化目标的最优边界为一个曲面,实心点 A, B, C, D, E, F, G 位于最优边界上,它们是非支配的最优解。

1.2 构造非支配集

本文采用排除法构造非支配集. 首先将进化群体中的个体 X 依次与非支配集中的个体 Y 进行比较,若 X 支配 Y ,将 Y 从当前非支配集中删除,若 X 不被当前非支配集中任一个体所支配,则将 X 存入当前非支配集. 算法简单流程如图 2 上所示. 流程图中 $X > Y$ 表示 X 支配 Y . 该方法适应于求取决策空间离散时的 Pareto 最优解,如果决策空间为连续,需要将其离散化后再进行使用. 最终得到的非支配集即位于 Pareto 最优边界上。

实际算例中以上算法只有在非支配集较小时效率才比较高. 当需要结果具有较高的准确度时,必须在决策空间中将其尽量密集的离散化,这将导致运算时间大大提高,效率降低. 因此本文采用一种改进方法,使非支配集与构造集分开,构造集为进化群体,将构造集中的每个个体 X 依次与 Y 比较,若 X 支配 Y ,将 Y 从构造集中清除, Y 为构造集和非支配集中每一个元素. 经过一轮比较,如果 X 不被任何个体支配,则将 X 并入非支配集中,流程图如图 2 下所示. 改进后的算法较之前的算法比较次数与时间复杂度有所降低^[12].

1.3 算法优化流程

Pareto 多目标优化算法在整个平台上的运行

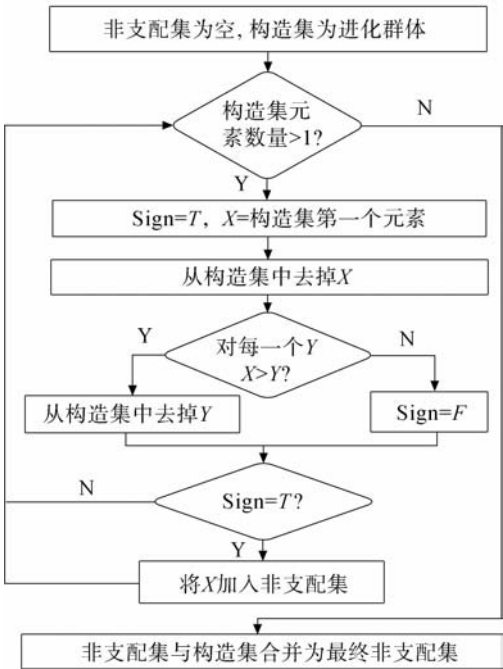
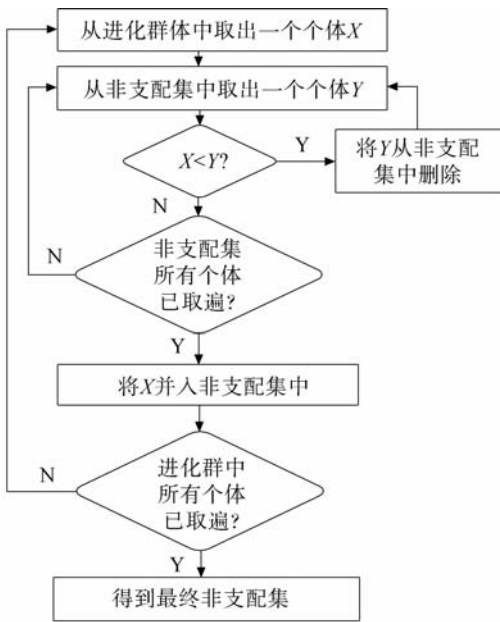


图 2 构造非支配集流程图

Fig. 2 Constructing non-dominated solutions

是基于 Kriging 代理模型^[13] 以及 Matlab, AN-SYS 软件的. 首先在平台中通过一定的设计方法生成若干个样本点^[14], 以这些样本点为基础利用 Kriging 模型创建自变量与目标函数的近似映射关系^[15], 并利用 Pareto 算法求出该映射关系之下的非支配集, 按一定规则从非支配集中取出一个点作为校正点, 对校正点进行参数化建模并计算得到相应的响应值, 将校正值和它的响应值加入样本库中, 如此进行反复迭代直到响应值收敛得到所要的结果, 本文中响应值的收敛标准为平均残差小于 10^{-4} .

2 离心蜗壳气动优化系统

控制蜗壳气动性能的几何参数众多, 前人的研究表明蜗壳截面形状对离心压缩机性能有着显著影响^[16]. 但蜗壳进出口几何参数受到整个压缩机机组尺寸的影响不能随意改变^[17], 因此本文优化设计是在不改变蜗壳进出口几何形状的前提下通过改变蜗壳周向截面参数来实现的。

2.1 参数化建模

模型为某飞机辅助动力装置离心压缩机的蜗壳系统, 采用软件 UG NX8.5 对椭圆截面蜗壳进行三维建模, 使用 NX 中的表达式功能实现三维几何模型的特征参数化表示, 图 3 为蜗壳的三维模型和二维截面图。

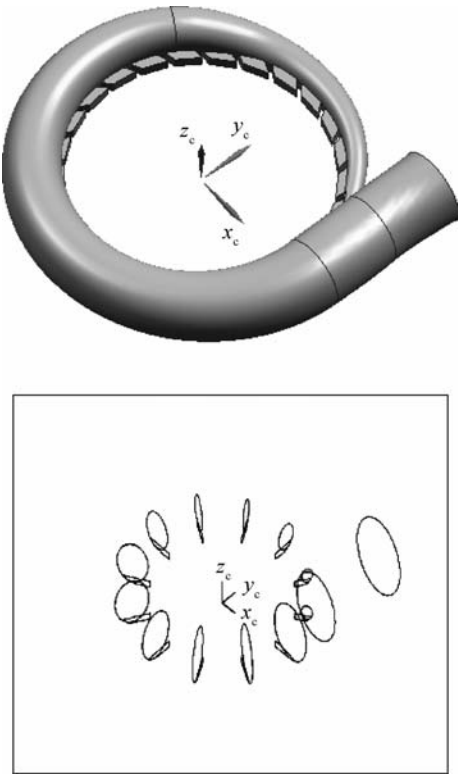


图 3 离心压缩机蜗壳的三维模型和周向截面
Fig. 3 Three-dimensional model and circumferential cross section of centrifugal compressor volute

由于蜗壳周向截面形状相似, 三维参数化问题可以简化为各个截面的二维参数化问题. 如图 3 所示, 将蜗壳周向每隔 30° 作一个截面, 各截面参数给定, 使用 UG 的扫掠命令形成蜗壳的三维几何结构, 图 4 上图给出了截面参数示意图, a^* 为椭圆长轴, b^* 为椭圆短轴, r_z^* 为椭圆中心高度(由 a^* 确定), b_d 为扩压器出口宽度(周向一致), r_3 为扩压器出口半径(周向一致), d_d 为扩压器出口到蜗壳进口的过渡距离, 上述参数中 $*$ 表示周向.

每个截面由 a^* 和 b^* 两个参数确定, 这里可取截面面积变化和椭圆长短轴之比作为变量, 本文采用图 4 下所示的控制点来控制截面面积变化规律. A' , B' 点分别为蜗壳周向 30° 和 360° 处截面面积, C' 为取值在 A' , B' 之间的控制点, C' 点确定后, 上述三点按 Bezier 曲线拟合, 就可以得到所需的周向角度位置处截面面积, Bezier 曲线表达式为

$$D(5) = \sum_{i=1}^n P_i B_{n,i}(t) \quad (3)$$

式中 $D(t)$ 为 Bezier 曲线上的任一点坐标, $t \in [0, 1]$, P_i 为 Bezier 曲线控制多边形的点坐标, $B_{n,i}(t)$ 为 Bernstein 多项式函数, 其表达式如下所示

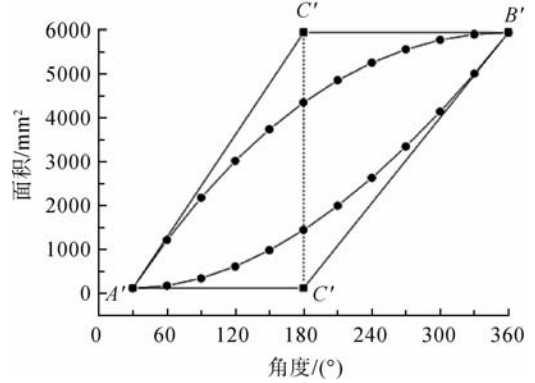
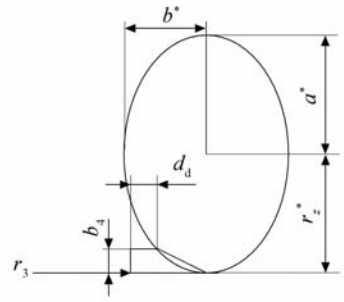


图 4 蜗壳周向截面参数化和面积变化图
Fig. 4 Schematic diagram of parameterizing and area of circumferential cross section of volute

$$B_{n,i}(t) = C_n^i t^i (1-t)^{n-i}, i = 0, 1, \dots, n \quad (4)$$

将 30° 处截面的面积与 360° 处截面面积作为 Bezier 曲线的起点和终点, 并保证这两点固定不变, 定义参数

$$\lambda = \frac{C' - A'}{B' - A'}, \quad \gamma = \frac{b^*}{a^*} \quad (5)$$

约束条件 $\lambda \in [0, 1]$, $\gamma \in [0.7, 1]$. 其中 A' , B' , C' 表示这 3 点的纵坐标值, 即截面面积, γ 为长短轴之比. 这样就完成了参数化造型所需的参数设置.

2.2 网格生成与数值计算

分别采用计算流体力学软件 ANSYS, ICEM 和 CFX 来实现网格的自动生成和数值计算. 为提高计算效率, 蜗壳部分采用四面体网格, 扩压器部分采用六面体网格, 优化系统中最终用于计算的网格数为 270 万. 优化进程中, 湍流模型采用 $k-\epsilon$ 模型, 壁面函数采用 Scalable 模型, 流体为理想空气, 参考压力为 101 325 Pa. 进口边界条件设置为流量进口, 方向采按照圆柱坐标系给定, 出口边界条件设置为给定均匀静压, 壁面采用绝热光滑无滑移边界条件, 收敛条件设定为最大残差小于 10^{-4} .

2.3 系统开发与算法在蜗壳中的应用

优化系统的建立需使得 UG 参数化模型、网

格生成器 ICEM,CFX 求解器和 Pareto 算法实现数据衔接和过程集成.通过 UG 中的宏录制功能实现自动参数化造型,生成的三维模型传递给 ANSYS IECM 软件,ICEM 利用脚本文件批处理实现网格自动划分并输出,然后通过 CFX 的 CCL(CFX command language)语言读取网格自动完成边界条件加载并计算,继而利用 CFX 的后处理功能自动提取结果文件的数据并将分析结果输出.分析结果作为新的样本点加入到上文 1.3 节所述的样本库中,通过 Pareto 算法与代理模型在这些点间拟合并寻优,找出曲线的 Pareto 最优解,该最优解将作为最新的样本返回经过新一轮的参数化建模、网格划分、CFX 计算等步骤,如此反复迭代直至结果收敛.整个系统的运行流程如图 5 所示.

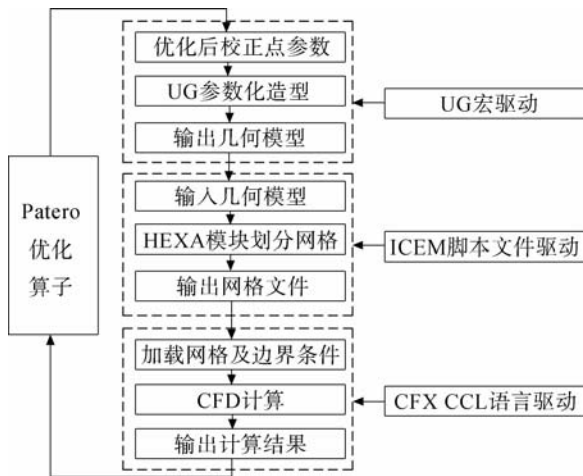


图 5 系统集成流程图
Fig. 5 Flow chart of system integration

3 离心压缩机蜗壳优化

优化问题中目标函数的选择对优化目标性能的准确评估有着巨大影响.蜗壳全局性能可以通过总压损失系数和静压恢复系数得到较好的定义^[18],本文以这两者作为目标变量,其定义如下:

$$\omega = \frac{\overline{p_{in}^0} - \overline{p_{out}^0}}{\overline{p_{in}^0} - \overline{p_{in}}} \tag{6}$$

$$C_p = \frac{\overline{p_{out}} - \overline{p_{in}}}{\overline{p_{in}^0} - \overline{p_{in}}} \tag{7}$$

式中 $\overline{p}$ 表示质量流量平均静压, $\overline{p^0}$ 表示质量流量平均总压,in 表示蜗壳进口,out 表示蜗壳出口.总压损失系数表示流体流经蜗壳后总压降占蜗壳进口动压的比率,是表征蜗壳内部流动损失大小

的参数.静压恢复系数表示流体流经蜗壳后静压升占蜗壳进口动压的比率,是表征蜗壳扩压能力大小的参数.两个参数分母相同,区别在于分子,一个是进口与出口总压差,一个是出口与进口的静压差.直观上看,总压损失系数越小,它的分子 $\overline{p_{in}^0} - \overline{p_{out}^0}$ 越小,则静压恢复系数的分子 $\overline{p_{out}} - \overline{p_{in}}$ 就可能越大,但实际上由于流体动压的不确定性,两者之间并没有确定的线性关系, $\overline{p_{out}} - \overline{p_{in}}$ 不一定与 $\overline{p_{in}^0} - \overline{p_{out}^0}$ 成反比关系.蜗壳中总压损失系数越小、静压恢复系数越大表征蜗壳性能越好.因此本文以这两者为目标变量,离心压缩机蜗壳的多目标优化问题可以写成以下形式.其中, λ 与 γ 为 2.1 节式(5)所定义的参数化造型所需的参数.

$$\min \begin{bmatrix} \omega(\lambda, \gamma) \\ -C_p(\lambda, \gamma) \end{bmatrix} \tag{8}$$

s. t. $0 \leq \lambda \leq 1, 0.7 \leq \gamma \leq 1$

3.1 优化系统响应

该系统对离心蜗壳优化过程的各响应值变化曲线如图 6 所示.经过大概 35 步迭代之后总压损失系数最小值与静压恢复系数最大值渐渐趋于稳定,不再有大的变化.

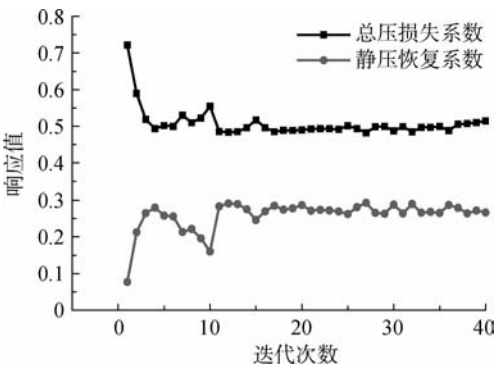


图 6 响应值变化曲线
Fig. 6 Curve of response value

之前的分析可知多目标优化得出的是一组非支配集.本文蜗壳优化得出的非支配集包含两个元素 X_1 与 X_2 ,它们互不支配,都是位于 Pareto 最优边界上的最优解.最优解的响应值如表 1 所示: ω 为总压损失系数, C_p 为静压恢复系数.尽管

表 1 最优解的响应值 Table 1 Response value of optimal solution		
元素	ω	C_p
X_1	0.483 62	0.291 067
X_2	0.482 361	0.279 033

X_1 与 X_2 互不支配, 但 X_2 相比 X_1 总压损失系数仅低 0.26%, 但静压恢复系数却高出了 4.134%, 考虑到计算误差认为 X_1 更优, 选取 X_1 作为优化的最优解。

3.2 设计工况下优化前后蜗壳性能对比

优化系统中单单对蜗壳的计算忽略了蜗壳和叶轮之间的相互作用, 并不能反映整个离心压缩机的性能。因此本文针对优化后的蜗壳模型, 对整个离心压缩机进行数值计算, 在设计工况下和优化前的模型作对比分析, 设计工况如下: 压缩机流量系数为 0.33412, 全压升压强系数为 2.38599, 叶轮转速为 48800 r/min。整体离心压缩机的计算中, 导叶和叶片网格使用 Turbo Grid 生成, 蜗壳部分采用四面体网格, 扩压器部分采用六面体网格。CFX 中不同网格之间采用 interface 交接面进行连接, 蜗壳进口动静边界采用 General Connection 边界模型, Frame Change/Mixing Model 使用 Frozen Rotor 混合模型。计算采用 $k-\epsilon$ 湍流模型和 2 阶高精度差分格式。

表 2 给出了优化模型总压损失系数与静压恢复系数相比初始模型的变化, 可以看出优化之后总压损失系数下降了 11.79%, 静压恢复系数升高了 16.97%, 以这两者作为衡量指标离心压缩机整体性能得到极大提升。图 7 给出了蜗壳不同

周向截面优化前后总压损失系数与静压恢复系数分布的云图对比。可以看出, 优化之后各个截面总压损失系数都得到了不同程度的降低。在 180°与 270°蜗壳周向截面, 优化前总压损失系数在进口中心和边缘、蜗壳进口与蜗壳内部差别明显, 出现较大的压力梯度, 这导致蜗壳进口处出现紊流, 不同压力流体强烈掺混, 造成剪切损失, 优化之后这一现象得到极大改善。优化前除了靠近蜗舌的 90°周向截面外, 其他截面都在中心得到较高的总压损失系数, 其原因在于中心区域剪切力较大, 在优化之后远离蜗壳进口区域总压损失系数降低, 静压恢复系数升高, 两者都有一定的改善。

表 2 优化前后目标变量的变化

Table 2 Objective variable before/after optimization		
工况	ω	C_p
优化前	0.495453	0.268277
优化后	0.437033	0.313815

图 8 给出了设计工况下, 优化前后蜗壳纵切面和蜗壳进口周向平面的速度矢量图, 左侧为蜗壳全局速度矢量图, 中间为全局矢量图中黑色方框区域的局部放大图。图中可以看出, 优化之前的蜗壳模型中, 蜗壳进口区域速度相差较大, 有较明显的颜色差别, 说明流体流入蜗壳时有较大的速

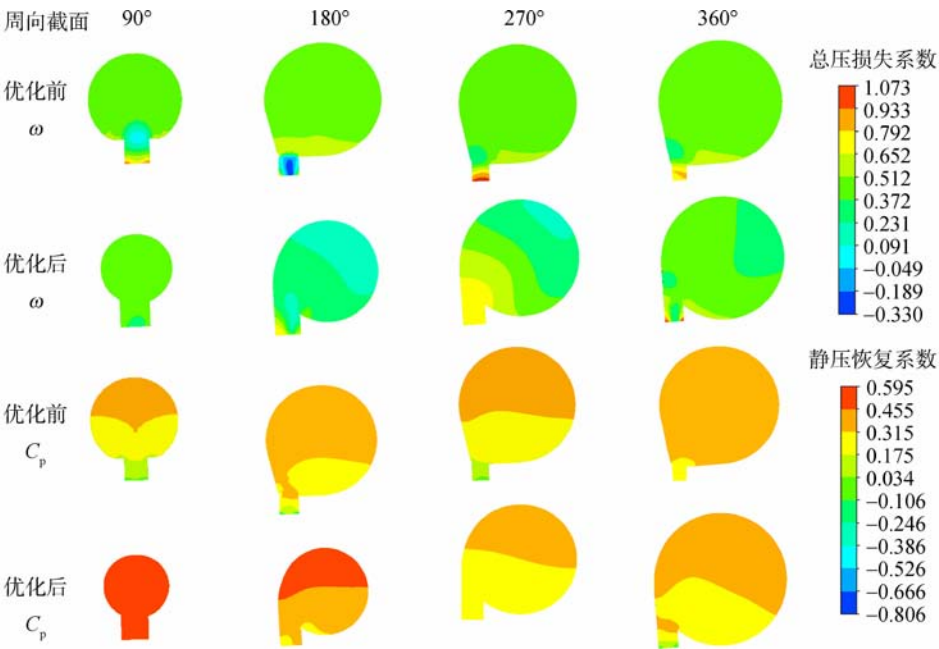


图 7 总压损失系数和静压恢复系数分布图

Fig. 7 Distribution diagram of total pressure loss coefficient and static pressure recovery coefficient

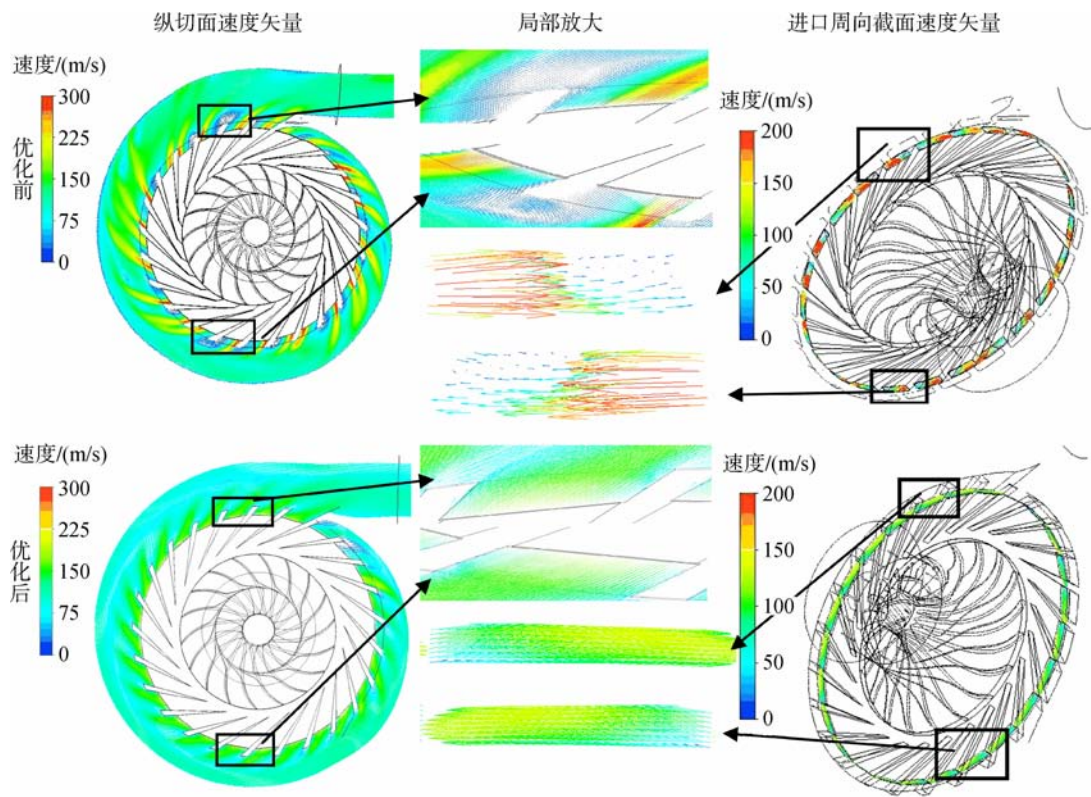


图 8 速度矢量图
Fig. 8 Velocity vector diagram

度梯度,不同速度流体之间由于黏性与掺混会造成较大损失.从右侧的周向截面和纵切面的局部放大图可以看出,蜗壳进口区域出现严重的二次涡流,二次流使得进入蜗壳中的气流相互掺杂混合造成能量损失,并且有可能向前发展与扩压器、叶轮中的气流相互作用,导致流动恶化,使得整个离心压缩机性能下降.而从优化后的速度矢量图可以看出,蜗壳进口区域流动更加均匀,仅在靠近蜗舌的区域出现小部分二次流,这说明优化后的蜗壳内部二次流大大减少,蜗壳与离心压缩机、叶轮之间能够得到更好地匹配.

3.3 优化后蜗壳进口全周气动性能

为了进一步分析优化后的蜗壳性能,对设计工况下蜗壳进口周向不同角度处的流量占总流量的比例进行取值,并作出其随周向角度变化的曲线,见图 9.从图中可以看出,除去蜗舌附近的小片区域,优化之后的蜗壳流量沿周向 360°分布更加均匀.

综合以上几个部分,可以得出:优化之后的蜗壳总压损失系数减小,静压恢复系数增大,蜗壳中二次流减少,蜗壳的扩压作用更加显著,蜗壳进口流量分布更加均匀,整个离心压缩机的性能得到了较大的改善.

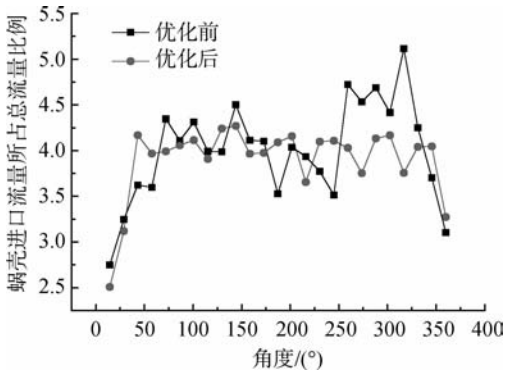


图 9 蜗壳进口流量周向分布图
Fig. 9 Circumferential distribution diagram of flow along volute inlet

4 结 论

本文通过 Matlab 软件,结合 UG,ANSYS 以及 Pareto 多目标优化算法构建了离心压缩机蜗壳的多目标程序,主要结论如下:

- 1) 基于 Pareto 算法可以实现对离心压缩机蜗壳的多目标优化.
- 2) 利用 Matlab,UG,ANSYS 等商业软件基于 Pareto 多目标算法创建了离心压缩机蜗壳的气动优化平台,在该平台上以质量流量平均总压损失系数和质量流量平均静压恢复系数为目标变

量,对椭圆截面离心蜗壳进行三维气动优化,结果显示蜗壳总压损失系数降低,静压恢复系数升高,该优化系统对提高离心压缩机性能是有效的.

3) 使用 CFX 商业软件将优化前后的蜗壳和扩压器、叶轮、导叶组合起来对离心压缩机整体进行数值计算,结果表明:优化后蜗壳总压损失系数降低 11.79%,静压恢复系数升高 16.97%,蜗壳内部二次流减少,蜗壳进口处流体沿周向分布更加均匀,蜗壳起到了更显著的扩压作用.与优化前的模型相比蜗壳和扩压器、叶轮更加匹配,离心压缩机整体性能得到提高.

参考文献:

[1] 胡江峰,竺晓程,欧阳华,等.轴流压气机非设计点性能计算[J].航空动力学报,2012,27(3):682-688.
HU Jiangfeng,ZHU Xiaocheng,OUYANG Hua,et al. Axial compressor performance calculation at off-design conditions[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(3): 682-688. (in Chinese)

[2] 赵斌,李绍斌,李秋实,等.引气提升轴流压气机性能数值研究[J].航空动力学报,2011,26(2):262-271.
ZHAO Bin, LI Shaobin, LI Qiushi, et al. Numerical research on enhancing the axial compressor performance by bleeding[J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(2): 262-271. (in Chinese)

[3] 李亮,胡骏,王志强,等.微喷气对压气机稳定性影响的实验[J].航空动力学报,2014,29(1):161-168.
LI Liang, HU Jun, WANG Zhiqiang, et al. Experiment of effect of micro injection on compressor stability[J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(1): 161-168. (in Chinese)

[4] Hagelstein D, Hillewaert K, Van den Braembussche R A, et al. Experimental and numerical investigation of the flow in a centrifugal compressor volute[J]. Journal of Turbomachinery, 2000, 122(1): 22-31.

[5] Van den Braembussche R A, Hagelstein D, Keiper R, et al. Improved model for the design and analysis of centrifugal compressor volutes[J]. Journal of Turbomachinery, 1999, 121(3): 619-625.

[6] Kim S, Park J, Baek J, et al. Improvement of the performance of a centrifugal compressor by modifying the volute inlet[J]. Journal of Fluids Engineering, 2010, 132(9): 091101.

[7] Qiang X, Teng J, Du Z. Influence of various volute designs on volute overall performance[J]. Journal of Thermal Science, 2010, 19(6): 505-513.

[8] 祁大同, Lam K, Pomfret M J, 等. 蜗壳型线二维设计的理论研究及分析[J]. 西安交通大学学报, 1997, 31(8): 49-55.
QI Datong, Lam K, Pomfret M J, et al. Theoretical study

and analysis of the two-dimensional design theory for volute profiles[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 1997, 31(8): 49-55. (in Chinese)

[9] 朱学军, 攀登, 王安麟, 等. 混合变量多目标优化设计的 Pareto 遗传算法实现[J]. 上海交通大学学报, 2000, 34(3): 411-414.
ZHU Xuejun, PAN Deng, WANG Anlin, et al. Multiobjective optimization design with mixed-discrete variables in mechanical engineering via Pareto genetic algorithm[J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University, 2000, 34(3): 411-414. (in Chinese)

[10] 张连文, 夏人伟. Pareto 最优解及其优化算法[J]. 北京航空航天大学学报, 1997, 23(2): 206-211.
ZHANG Lianwen, XIA Renwei. Pareto optimal solution and optimization method[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1997, 23(2): 206-211. (in Chinese)

[11] 王红涛, 竺晓程, 杜朝辉. 改进 EGO 算法在跨声速翼型气动优化设计中的应用[J]. 上海交通大学学报, 2009, 43(11): 1832-1836.
WANG Hongtao, ZHU Xiaocheng, DU Zhaohui. Application of the improved EGO algorithm in transonic airfoil aerodynamic optimization design[J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University, 2009, 43(11): 1832-1836. (in Chinese)

[12] 胡毓达. 实用多目标最优化[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1990.

[13] 王晓锋, 席光. 基于 Kriging 模型的翼型气动性能优化设计[J]. 航空学报, 2005, 26(5): 545-549.
WANG Xiaofeng, XI Guang. Aerodynamic optimization design for airfoil based on Kriging model[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2005, 26(5): 545-549. (in Chinese)

[14] 王红涛, 竺晓程, 阳虹, 等. 基于 iSight 平台的汽轮机低压排汽缸气动优化设计[J]. 动力工程, 2009, 29(7): 650-655.
WANG Hongtao, ZHU Xiaocheng, YANG Hong. The aerodynamic optimization design of low pressure exhaust hood for steam turbine based on iSight platform[J]. Journal of Power Engineering, 2009, 29(7): 650-655. (in Chinese)

[15] Wang G G. Adaptive response surface method using inherited latin hypercube design points[J]. Journal of Mechanical Design, 2003, 125(2): 210-220.

[16] Van den Braembussche R A, Hande B M. Experimental and theoretical study of the swirling flow in centrifugal compressor volutes[J]. Journal of Turbomachinery, 1990, 112(1): 38-43.

[17] 朱报祯, 郭涛. 离心式压缩机[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1987.

[18] Ayder E, Brasz J J, Van den Braembussche R. Experimental and theoretical analysis of the flow in a centrifugal compressor volute[J]. Journal of Turbomachinery, 1993, 115(3): 582-589.